

涡轮冷气掺混数学模型与计算方法的研究

哈尔滨工业大学 杨弘* 王仲奇 冯国泰

【摘要】 本文建立了一个涡轮冷气掺混的数学模型并将其应用到气冷涡轮的 S_2 流面计算中。根据该模型推导出了考虑冷气掺混时相对坐标系下的气动热力学方程组。通过掺混流函数的引入建立了计及冷气掺混的 S_2 流面计算方法。计算结果表明了本文模型的合理性与算法的可行性。

关键词: 涡轮 冷却 混合 数学模型 计算方法

1 前言

在国内外,对排入涡轮流道中的冷气与燃气流间掺混问题数学模型的研究已进行多年。现在较有影响的冷气掺混的数学模型有 Shapiro 的一元可压缩流模型^[1]和 Hartsel 的掺混层模型^[2]。在这些模型的基础上建立了许多关于冷气掺混的计算方法。本文应用“连续源”概念,建立了一个较精细的冷气掺混的数学模型。作为应用,本文将该模型用于气冷涡轮的 S_2 流面计算中,提出了考虑冷气掺混的 S_2 流面计算方法。

2 数学模型

文献[3]的实验证实了 Hartsel 的掺混层假定^[2],即冷气与主流在沿叶片表面上的厚于边界层的掺混层中进行掺混。根据这一实验结果,本文在建立有冷却空气排入流程通道中的燃气与冷气掺混问题的数学模型时,认为燃气是主流而把冷气看作源。本文把冷气这个源看成是流场中呈连续分布的“连续源”而不是孤立分布的点源。可以用源的强度 m_c 来表示流场中连续源的分布,其单位是 $\text{kg/s} \cdot \text{m}^3$ 。不同的冷却形式决定了连续源在流场中的不同分布。事实上在真实流体中,流场中的源应是连续变化的而不存在理想流体中的孤立点源,并且从源中流出流体的速度不可能为无穷大。所以本文上述做法具有一定的合理性。

流场中连续源的分布在一定程度上反映出了冷气掺混过程中的扩散效应。本文还假定在充满连续介质的流场中冷气和主流瞬间就掺混均匀,流场中各点都处于均匀状态。这样就不必考虑复杂的不同组分间的扩散问题。

3 相对坐标系中的气动热力学方程组

根据上述模型,对流场中任一控制体应用质量、动量和能量守恒定理后可以得到积分型的气动热力学方程组。再对这些方程组应用奥氏公式,注意到被积函数的连续性和积分区域的任意性,经转换分别得到相对坐标系中的微分型的连续方程、运动方程和能量方程(忽略质量力项和热辐射传入的热量项)如下:

$$\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho \bar{W}) = m_c \quad (1)$$

$$D \bar{W} / Dt - \bar{\omega}^2 r + 2 \bar{\omega} \times \bar{W} = -1/\rho \cdot \nabla p + \bar{f} + m_c / \rho \cdot (\bar{W}_c - \bar{W}) \quad (2)$$

$$DH / Dt = 1/\rho \cdot \partial p / \partial t + \bar{f} \cdot \bar{W} + \Phi / \rho + q + m_c / \rho \cdot (H_c - H) \quad (3)$$

式中: $\bar{W}$ 为相对速度, $\bar{\omega}$ 是旋转角速度矢量, $\bar{f}$ 是粘性力, H 为相对滞止转焓, Φ 是消散函数, q 是传热项, 下标 c 表示冷气。另外还推导出热力学第二定律的表达式:

$$T Ds / Dt = q + \Phi / \rho + [m_c / \rho \cdot (H_c - H) + m_c / \rho \cdot \bar{W} \cdot (\bar{W} - \bar{W}_c)] \quad (4)$$

式中: s 是熵, T 是温度。方程(1)~(4)和状态方程、应力应变关系式及转焓与静焓的关系式构成了封闭的求解方程组。

(1)~(4)式右端的最后一项都体现了冷气掺混的影响。如果没有冷气掺混, 即 $m_c = 0$, 则上述方程就可以化成通常的无冷气时的方程。

4 S_2 流面上的气动热力学方程组

将上述模型和气动热力学方程组应用到气冷涡轮的 S_2 流面计算中。仍然忽略粘性的具体影响而对粘性的影响仅做历史的考虑。在定常、无粘、绝热的条件下将方程(1)~(3)在非正交曲线坐标系(x^1, x^2, x^3)中展开, 其中坐标线 x^3 与拟流向的 x^1 和拟径向的 x^2 垂直且 $x^3 = \text{const}$ 坐标面取在子午面上。将所得到的方程化成如下的沿 S_2 流面的连续方程(5)、倒易向量 e^2 方向上的运动方程(6)和能量方程(7):

$$\partial (a_{22} \tau \sin \theta_2 \rho W^1) / \partial x^1 + \partial (a_{11} \tau \sin \theta_{12} \rho W^2) / \partial x^2 = a_{11} a_{22} \tau \sin \theta_{12} m_c \quad (5)$$

$$\begin{aligned} W_u / r \cdot \partial (V_{ur}) / \partial x^2 - W^1 / a_{11} \cdot [\partial (a_{22} W_2) / \partial x^1 - \partial (a_{11} W_1) / \partial x^2] \\ = \partial H / \partial x^2 - T \partial / \partial x^2 - F_2 + m_c / (\rho a_{22}) \cdot (W_c^2 - W^2) \end{aligned} \quad (6)$$

$$W^1 / a_{11} \cdot \partial H / \partial x^1 + W^2 / a_{22} \cdot \partial H / \partial x^2 = m_c / \rho \cdot (H_c - H) \quad (7)$$

式中 τ 表示 S_2 流面厚度, a_{11} 、 a_{22} 为度规张量分量, V_{ur} 是速度环量, F_2 是叶片力分量^[4]。

5 气冷涡轮 S_2 流面计算方法

5.1 主方程的推导

$$Q_c = \int_0^1 a_{11} a_{22} \tau \sin \theta_{12} m_c dx^1 \quad (8)$$

式中 x_0^1 是参考点处的 x^1 坐标值, 一般应选择为叶栅进口处。将(8)式代入(5)式后发现可以定义一个满足(5)式的拟流函数 ψ (称为掺混流函数):

$$\left. \begin{aligned} \partial \psi / \partial x^2 &= a_{22} \tau \rho W^1 \sin \theta_{12} - Q_c \\ \partial \psi / \partial x^1 &= -a_{11} \tau \rho W^2 \sin \theta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ψ 的引入使我们可以最大限度地利用已有的不考虑冷气影响的流函数线松弛法计算程序^[4]。

将(9)式代入(6)式中, 可以推得形式上与文献[4]的(6)式一样的主方程, 所不同的是 A_6 项体现了掺混的影响:

$$\begin{aligned} A_6 = & a_{11} / W^1 \cdot [-W_u / r \cdot \partial (V_{ur}) / \partial x^2 + \partial H / \partial x^2 - T \partial / \partial x^2] \\ & + [m_c a_{11} / (\rho W^1 a_{22}) \cdot (W_c^2 - W^2) - A_1 \partial Q_c / \partial x^2 - Q_c \partial A_1 / \partial x^2 \\ & - 0.5 A_2 a_{11} a_{22} \tau \sin \theta_{12} m_c - 0.5 Q_c \partial A_2 / \partial x^1] \end{aligned} \quad (10)$$

5.2 计算方法

可以证明,只要选取流线作为 x^1 坐标线,则流场中 ψ 值相等的点必处于同一条流线上。由此我们可以改造文献[4]的不考虑冷气掺混的计算方法来进行计及掺混影响的 S_2 流面计算。在计算中每次迭代后流线位置要发生变化, x^1 坐标线也要相应改变,我们以相邻迭代间流线位置的改变量作为收敛判据。每次迭代后流线位置的改变量均要进行松弛以保证计算收敛。

本文用数值积分的方法按给定的流过各轴向计算站处通道截面的冷气流量 G_c 及 m_c 沿径分布由关系式 $\partial G_c / \partial z = \int_{B_1}^{B_2} a_{11} a_{22} \tau \sin \theta_2 m_c dr$ 求出 m_c 。为方便起见,本文用定常、无粘、绝热时方程(3)沿流管的积分式 $\iint_{B_2} H \rho W_n dB = \iint_{B_1} H \rho W_n dB + \iint_V m_c H dV$ 来确定 H , 其中 B_1 、 B_2 分别为流管进口和出口截面面积, V 是该段流管的体积。关于熵,可以由(4)式和不考虑冷气掺混时熵的计算式推导出一个沿流线 l 的近似关系式

$$\Delta s = \frac{\alpha}{2} \left(1 + \frac{T^* W^*}{T W} \right) \Delta s^* + \int \frac{m_c}{\rho T W} [H_c - H + (W)^2 - \bar{W} \cdot \bar{W}_c] dl \quad (11)$$

来确定。该式中的上标* 表示未考虑冷气掺混,系数 α 应由实验数据或损失模型来确定。按文献[5]中确定损失的经验数据,当冷气流小于 10% 的燃气流量时 $\alpha = 1.01 \sim 1.15$ 。

6 算 例

为检验本文模型的合理性和算法的可行性,首先就某型气冷涡轮级分别进行了考虑冷气掺混和不考虑冷气掺混的计算。该涡轮级进口燃气流量为 G_0 ,静叶采用对流冷却(冷气流为 1.4% G_0),动叶不冷却。从图 1 可以看出本文计及冷气掺混时的计算结果更接近于国外某大公司的计算结果,冷气掺混引起了一定的总压损失。图 2 示出了是否考虑冷气掺混时的 S_2 流面上温度场的分布,可见是否考虑冷气掺混对温度场的分布有一定的影响,冷气掺混造成了温度的降低。

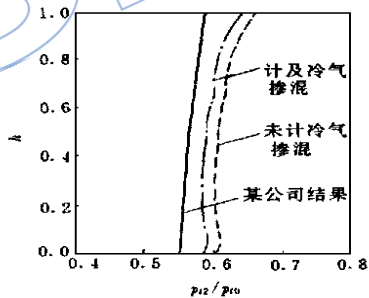


图 1 动叶出口总压沿径向分布

为了进一步考察本文算法的可行性,本文就上述气冷涡轮级假想了三种不同的冷却方案:(a) 静叶采用全气膜冷却(冷气流为 5% G_0); (b) 静叶采用全气膜冷却(冷气流为 3% G_0),动叶采用对流冷却(冷气流为 2% G_0); (c) 静叶采用对流冷却(冷气流为 5% G_0)。对这三种冷却方案下的 S_2 流面计算结果分别示于图 3~5 中。虽然三种冷却方案的冷气总量是相同的,但它们对流场的影响是不同的。从这些图可以看出方案(b)的计算结果总是介于方

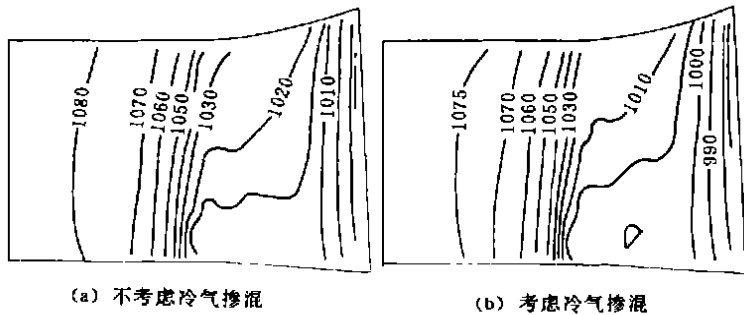


图 2 涡轮级通流部分温度等值线

案(a)、(c)的计算结果之间,这显然是合理的,因为方案(b)是介于方案(a)、(c)之间的一种冷却方案。由图 3 可知方案(a)的动叶出口总压最低,说明方案(a)的冷气掺混引起的损失最大。由图 4 可知方案(a)的静叶出口 Ma 数最高,这是因为方案(a)的冷气与主流掺混后经静叶流道速度增加得最多,并且温度

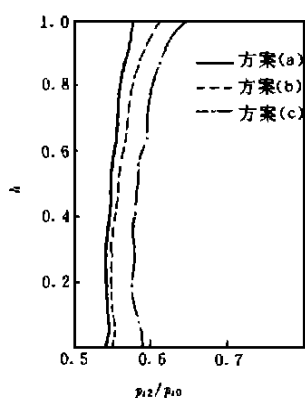


图 3 动叶出口总压沿径向分布

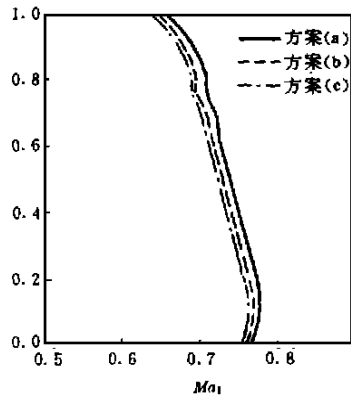


图 4 静叶出口 Ma 数沿径向分布

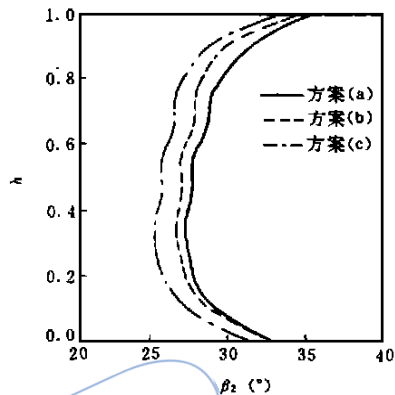


图 5 动叶出口气流角沿径向分布

下降得最大。由图 5 可知方案(a)的动叶出口气流角最大,这是因为在对三种冷却方案计算时给定的动叶出口环量是一样的,而方案(a)的动叶出口气流轴向速度最大。

7 结 论

本文建立了涡轮冷气掺混的连续源模型,推导出了反映冷气掺混影响的气动热力学方程组,并将这一模型应用到气冷涡轮的 S_2 流面计算中。本文的数学模型与计算方法为精细地考虑冷气掺混对涡轮性能的影响提供了可能。本文方法具有良好的应用前景,可以推广到其它领域中以解决类似的掺混问题。

参 考 文 献

- Shapiro A. The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow. Ronald Press, New York, 1953, 1: 219- 231
- Hartsel J E. Prediction of Effects of Mass-Transfer Cooling on the Blade-Row Efficiency of Turbine Airfoils. AIAA 72-11, 1972
- Kollen O, Koschel W. Effect of Film Cooling on the Aerodynamic Performance of a Turbine Cascade. AGARD-CP-390
- 朱荣国. 使用非正交曲线坐标与速度分量 S_2 流面反问题流场线松弛解. 工程热物理学报, 1980, 1(1)
- Gaunter J W. Algorithm for Calculating Turbine Cooling Flow and the Resulting Decrease in Turbine Efficiency. NASA TM 81453, 1980

shock/boundary layer interaction. Comparison has been made between the flow fields over NACA0021 airfoil with and without the flexible-wall. Since we use the time marching method to get the steady results, the main difficulty in the present case is the treatment of the flexible wall boundary which changes its shape as the solution proceeds. The deflections of the flexible wall as function of the pressure over it can be found by the mechanics of the material. We proposed a method of locally changing grids to avoid the global interpolation. The locally changed grids maintain the good quality of the original grids. The calculated results show that a strong shock splits into two weak shocks in comparison with the case without the control.

A MATHEMATIC MODEL AND A CALCULATION METHOD FOR COOLING AIR MIXING IN A TURBINE

Yang Hong, Wang Zhongqi, Feng Guotai
(*Harbin Institute of Technology*)

ABSTRACT A mathematic model is proposed for predicting the effect of injected cooling air on cooled turbine performance. The model takes the gas flow as the mainstream flow and regards the cooling air as a consecutive source with continuous distribution in the flow field. A numerical method is presented for determining the intensity of the consecutive source. According to the model, the coupled aerothermodynamic equations reflecting the effect of the cooling air mixing in general form are derived in a relative coordinate system. As an example, the model is used in the throughflow calculation for the cooled turbine and the governing equations are derived along S_2 stream surface in a non-orthogonal curvilinear coordinate system. By defining a quasi-stream function which satisfies the continuity equation, a line-relaxation calculation method is developed for the quasi-stream function. It makes full use of the existed calculation method without considering the cooling air mixing and is easy to be programed. In accordance of the mathematic model a formula of entropy variation due to the cooling air mixing is derived in the light of the second law of thermodynamics. By means of the present calculation method, an air-cooled gas turbine stage is analyzed. The results show the reasonableness of the mathematic model and the feasibility of the calculation method.

EXPERIMENTAL STUDY ON TURBULENT JET IN A CONFINED CROSSFLOW

Xu Minghou, Han Caiyuan, Hu Pingfan
(*Huazhong University of Science and Technology*)

ABSTRACT A turbulent triangular jet issuing perpendicularly into a confined gas-particle two-phase flow was investigated experimentally. When jet-to-crossflow velocity ratio R equaled to 2.5, mean and fluctuating velocity components were measured by the Three-Dimensional Particle Dynamics Anemometry (3-D PDA). The PDA signals were evaluated to yield the turbulent intensity and the particle concentration. The measurement results show that the turbulent intensity in the wake of the crossflow is enhanced particularly on the edge of the recirculation zone. There are two particle concentration peaks, one of them is in the recirculation zone, and the other is on the edge of the zone.